Medición de g por medio de una experiencia péndulo simple

Equipo de trabajo

Giuliano E. Thomas, Francisco Caputo, María Clara Varales

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Físicas
Departamento de Ciencias Físicas y Ambientales
Asignatura: Física Experimental I – Licenciatura en Ciencias Físicas
Informe de Trabajo de Laboratorio Nº 1

Contactos: giulianothomas@hotmail.com
franciscocaputo.rock@gmail.com

I. Resumen

En este trabajo estudiamos el periodo de un péndulo simple, cuyo largo de brazo se conoce, con tal de medir la aceleración gravitatoria en el laboratorio

II. Introducción

La **ley de gravitación universal** [1] es una ley física clásica que describe la interacción gravitatoria entre distintos cuerpos con masa. Ésta fue presentada por Isaac Newton en su libro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, publicado en 1687, donde establece por primera vez una relación cuantitativa (deducida empíricamente de la observación) de la fuerza con que se atraen dos objetos con masa.La ley de la Gravitación Universal predice que:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{1}$$

donde F_g es el módulo de la fuerza ejercida entre ambos cuerpos, y su dirección se encuentra en el eje que une ambos cuerpos, y G = 6.67384×10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}es la constante de la Gravitación Universal. Es decir, que cuanto más masivos sean los cuerpos y más cercanos se encuentren, con mayor fuerza se atraen.

Usando la ley de la gravitación universal, podemos calcular la fuerza de atracción entre la Tierra de masa m_1 = 5,974 × 10^{24} kg y un cuerpo de masa m_2. Si tomamos r en su superficie como la distancia entre el centro de gravedad de la Tierra (centro de la tierra) y el centro de gravedad del cuerpo, tendremos que r = 6378km (igual al radio terrestre sobre la línea del Ecuador suponiendo que la circunferencia de la Tierra es circular)

Si agrupamos $G\frac{m_1}{r^2} = g$ entonces, para todo objeto sobre la superficie terrestre,

$$F_g = g m_2 \tag{2}$$

El problema que nos hemos planteado es encontrar esta aceleración. Para esto utilizamos un péndulo simple en el que la fuerza gravitatoria vuelve a su posición de equilibrio a una masa que ha sido desplazada de la misma (con la cuerda aún tensa). En este caso la fuerza gravitatoria actúa como una fuerza "restauradora". [2]

Como muestra la figura adjunta, la componente tangencial de la fuerza peso es

$$F_T = -mgsen(\theta) = -m\frac{d^2 s}{dt^2} = -mL\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (3)$$

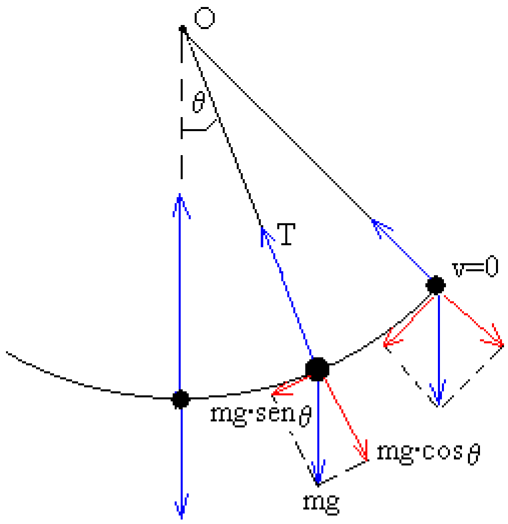

Figura 1: Movimiento del Péndulo Simple

Donde *s* es la longitud el arco de circunferencia recorrido por la masa *m*, y es negativa por tratarse de una fuerza restauradora. Además, suponemos que el cambia de alturas que sufre la masa es insignificante, de tal manera que consideramos g como constante.

De aquí que $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}sen(\theta)$, siendo L el largo de la cuerda.

Suponiendo que el ángulo que el sistema cuerda-masa fue desplazado inicialmente es suficientemente pequeño, podemos aplicar la aproximación sen(θ) $\approx\theta$. En estas condiciones el cuerpo de moverá según un movimiento armónico con frecuencia angular $\omega = \sqrt{g/L}$, y período $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. Entonces

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (4)$$

En este trabajo se utiliza el resultado (2) por el que el peso de un cuerpo cualquiera es igual al producto de su masa multiplicada por la aceleración gravitatoria. El objetivo es determinar el valor de dicha aceleración por medio del cálculo del período de oscilación de un péndulo simple que consiste de una cuerda de longitud *L* en cuyo extremo se halla sujeto un cuerpo de masa *m*.

II. Desarrollo Experimental

En primer lugar se preparó el péndulo simple: Se montó un caño metálico vertical de 75cm sobre una base pesada y amplia con tal de mantener estabilidad. En el extremo superior del caño se ajustó firmemente otra vara ortogonal a la primera de manera que un peso considerable no lo mueva. Luego se ató un hilo cerca del extremo libre de la vara, alejándolo lo más posible del caño. Se le sujetó un cuerpo esférico de masa desconocida. Este presentó una punta protuberante (de un par de centímetros) en su parte inferior como se muestra en la ***Figura 2***. El hilo empleado debió ser suficientemente largo como para poder cambiar la longitud del brazo del péndulo. La longitud del brazo se midió desde la parte inferior de la vara hasta el centro (o centro de masa) de la esfera. En el instante *t* = 0 se apartó el cuerpo de su posición de equilibrio formando un ángulo θ con el caño y se lo soltó dejándolo oscilar libremente. A la altura de la protuberancia se le coloco

Figura 2*: Péndulo simple con punta*

Figura 3: Experimento montado

un Photo-gate PASCO modelo ME-9215A programado de tal manera que mida el tiempo entre la primera y la tercera pasadas. Este es tomado como el período de oscilación del péndulo. El experimento luce parecido a como esta en la ***Figura 3***.

Se realizaron múltiples mediciones y se anotó los valores de ambas variables, *L* y *T*, en una tabla. Las longitudes *L* usadas fueron 40cm, 45cm, 50cm, y 55cm. Para cada longitud, se hicieron diez (10) mediciones del periodo y obtuvo el valor promedio.

III. Resultados

En la Tabla 1 (adjunto en el apéndice) se presentan los resultados de las mediciones de la longitud del péndulo y del periodo de oscilación del cuerpo esférico para cuatro longitudes diferentes de la cuerda.

Por medio del método de cuadrados mínimos, linealizamos la expresión $g=\frac{4\pi^2 L}{T^2}$ a $T^2=\frac{4\pi^2}{g}L$ con pendiente $\alpha=\frac{4\pi^2}{g}$ y la ordenada al origen β = 0. Esto es útil para presentar los resultados como se explica en la ***Figura 4***.Como se aprecia aquí, la correlación lineal se acerca a 1 convalidando la elección de α y β.

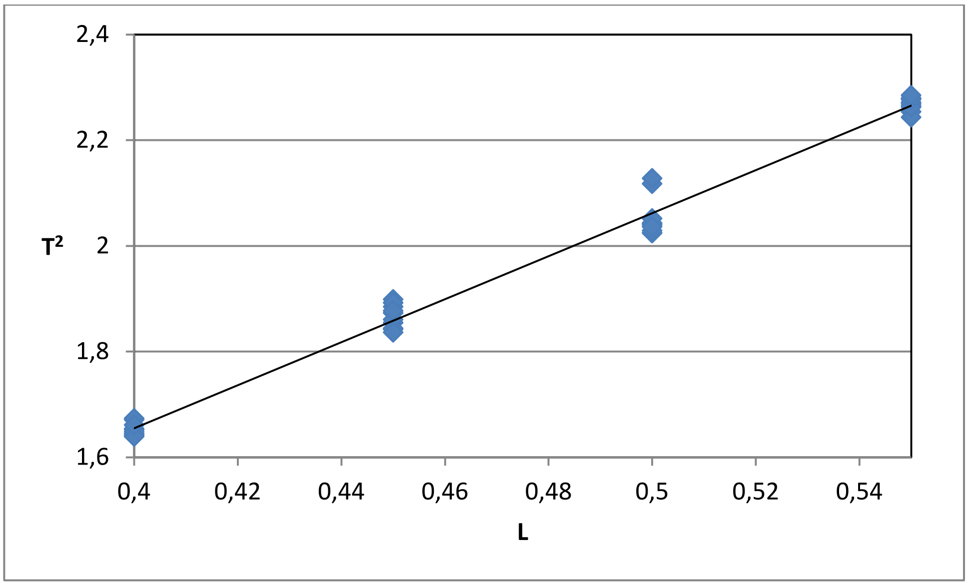

Figura 4*: Representación gráfica de T^2 en función de la longitud L del péndulo. La línea que mejor ajusta los puntos experimentales es: T^2 = 4.0687L+0.0274 con una correlación de linealidad dada por R^2 = 0.9898.*

Calculamosαy β respectivamente mediante

$$\alpha=\frac{\sum_{i=1}^{10}\left(T^2{}_i-\overline{T^2}\right)\left(L_i-\bar{L}\right)}{\sum_{i=1}^{10}\left(L_i-\bar{L}\right)^2} \tag{5}$$

$$\beta=\overline{T^2}-\alpha\bar{L} \tag{6}$$

y obtenemos:

α=4,068698 s^2/m

β=0,027415s^2

Como $g = \frac{4\pi^2}{\alpha}$, entonces resulta:

$$g=9{,}702961 \text{ m/s}^2.$$

Sin embargo α y β tienen incertidumbres. Con la incertidumbre del valor calculado de β, a partir de este, engloba el 0, entonces podemos decir que el modelo es adecuado. Sin embargo, la dispersión σ_β=0.001455s^2, la cual es más pequeña que el apartamiento desde el origen. Esto se lo podemos atribuir a un error sistemático que aumenta el período obtenido como, por ejemplo, que el ángulo θ fue demasiado grande y entonces no valdría la simplificación $sen(\theta) \approx \theta$.

Con respecto a α, calculamos σ_α=0.0016 s^2/ma partir de la cual obtenemos σ_g:

$$\frac{\sigma_\alpha}{\alpha} \approx \frac{\sigma_g}{g} \rightarrow \frac{\sigma_\alpha}{\alpha} g = \sigma_g$$

$$\sigma_g=0{,}00377981 \text{ m/s}^2$$

Por lo que la incertidumbre de g es:

$$U_g=Z_{95\%}\sigma_g=1.92\sigma_g= 0.007257 \text{ m/s}^2$$

Finalmente, obtenemos que:

$$g = (9.703 \pm 0.007) ms^{-2}$$

IV. Análisis

El error, aunque pequeño, puede deberse a que la relación sen (θ) $\approx\theta$ no es completamente válida ya que el apartamiento resultaría haber sido demasiado grande. Tampoco hay que descartar que, aunque en menor medida, las oscilaciones sean retardadas aumentado el período medido.

V. Bibliografía

[1] https://es.wikipedia.org/wiki/Gravedad

[2] Serway, R.A. "Física I", McGraw-Hill Interamericana Editores, Colombia, 1997.

VI. Apéndice

T_1 (s)	L_1 (cm)	T_2 (s)	L_2 (cm)	T_3 (s)	L_3 (cm)	T_4 (s)	L_4 (cm)
1,2853	40	1,3728	45	1,4227	50	1,5050	55
1,2818	40	1,3685	45	1,4281	50	1,5012	55
1,2825	40	1,3572	45	1,4288	50	1,5071	55
1,2859	40	1,3617	45	1,4551	50	1,5098	55
1,2838	40	1,3778	45	1,4227	50	1,5062	55
1,2808	40	1,3639	45	1,4293	50	1,5091	55
1,2926	40	1,3755	45	1,4323	50	1,4977	55
1,2802	40	1,3578	45	1,4243	50	1,5041	55
1,2935	40	1,3550	45	1,4586	50	1,509	55
1,2887	40	1,3700	45	1,4269	50	1,5115	55

Tabla 1: Mediciones realizadas.